

Esercizi Capitolo 13

TG A - Giochi simultanei

TG - Esercizio A1

Siano le matrici dei pay-off di due giochi in forma normale per due giocatori:

GIOCO 1		
	strategia α	strategia β
strategia A	(100,120)	(80,100)
strategia B	(-70, 40)	(65, 95)

GIOCO 2		
	strategia α	strategia β
strategia A	(200,-50)	(-300,-100)
strategia B	(25, 15)	(-30, -12)

- Indicare gli equilibri di Nash dei due giochi se esistono.
- Indicare gli ottimi paretiani dei due giochi.

TG - Esercizio A2

Si consideri il gioco:

	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>R</i>
<i>T</i>	6,6	3,7	2,8
<i>B</i>	7,2	8,0	1,1

- Si individuino eventuali strategie dominate e si calcolino gli equilibri di Nash.
- Si indichino quali esiti del gioco sono Pareto ottimi. Commentare.

TG - Esercizio A3

Si consideri il gioco:

	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>R</i>
<i>T</i>	1,1	8,7	0,0
<i>B</i>	7,3	2,2	8,8

- Si individuino eventuali strategie dominate e si calcolino gli equilibri di Nash.
- Si dia la definizione di allocazione pareto efficiente e si indichi quali esiti del gioco sono Pareto ottimi.
- Si modifichi a piacere uno dei pagamenti, in modo che resti un solo equilibrio di Nash.

TG - Esercizio A4

Si consideri il gioco in forma normale qui sotto e si indichi per quali valori di x e y :

- A domina B.
- (A;C) è un equilibrio di Nash;
- l'esito corrispondente a (A;C) è Pareto inefficiente.

		<i>G2</i>	
		<i>C</i>	<i>D</i>
<i>G1</i>	<i>A</i>	x 3	y 1
	<i>B</i>	3 2	4 4

TG Esercizio A5

Considera il gioco rappresentato nella tabella seguente:

		Secondo		
		<i>S</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
Primo	<i>A</i>	1 4	5 1	2 1
	<i>B</i>	3 3	1 2	y x

- (a) Dopo aver dato la definizione di equilibrio di Nash, individua i valori di x e di y per cui (B, D) è l'equilibrio di Nash del gioco.
- (b) Dopo aver attribuito dei valori specifici a x e y , individua le eventuali strategie dominate e il/gli ottimo/ottimi paretiani motivando sulla base delle definizioni appropriate.

TG - Esercizio A6

Si consideri il gioco rappresentato nella tabella seguente, dove in ogni cella il numero in alto a sinistra indica il pagamento di Primo, e il numero in basso a destra il pagamento di Secondo:

		Secondo		
		<i>S</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
Primo	<i>A</i>	16 8	10 9	12 10
	<i>B</i>	12 12	8 10	10 9

- (a) Individua lo/gli equilibrio/i di Nash, spiegando la procedura adottata.
- (b) Utilizzando le definizioni appropriate individua eventuali strategie dominate e lo/gli ottimo/i paretiano/i.

TG - Esercizio A7

Si consideri il gioco rappresentato nella tabella seguente:

		Secondo		
		<i>S</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
Primo	<i>A</i>	1 2	5 4	2 1
	<i>B</i>	3 3	2 2	1 6

- (a) Si dia la definizione di strategia dominata e si trovino le strategie dominate per i due giocatori.
- (b) Si dia la definizione di equilibrio di Nash e si trovino gli equilibri di Nash del gioco. Si trovino anche tutti gli esiti Pareto efficienti, e si commenti in relazione agli equilibri di Nash trovati.

TG A08

Nel gioco rappresentato nella tabella seguente, A e B sono le strategie di PRIMO, S e D quelle di SECONDO.

		SECONDO	
		S	D
PRIMO	A	3, 4	w, 5
	B	z, 3	2, 4

- Per quali valori di z e di w la strategia B è dominante per PRIMO? Per quali valori di z e di w, la coppia di strategie (B,D) è un equilibrio di Nash?
- Per quali valori di z e di w, la coppia di strategie (B,S) è un ottimo paretiano? E' possibile trovare un valore di z per cui (B,S) è anche un equilibrio di Nash? Motivare.

TG A09

La tabella seguente rappresenta i payoff di due imprese (impresa A e impresa B) che operano in regime di duopolio e devono decidere se investire in pubblicità:

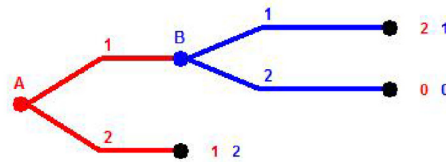
		<i>imp.B</i>	
		<i>P</i>	<i>NP</i>
<i>imp.A</i>	<i>P</i>	10, 10	20, 5
	<i>NP</i>	5, 20	15, 15

- Individuare eventuali strategie dominanti, ottimi paretiani e l'equilibrio di Nash del gioco simultaneo.
- Rappresentare il gioco in modo appropriato nel caso che l'impresa A abbia la possibilità di muovere per prima e l'impresa B possa osservare la mossa di A prima di prendere la sua decisione. Trovare l'equilibrio/gli equilibri perfetti del gioco sequenziale.
- Quale modifica nei pay-off del gioco potrebbe portare entrambe le imprese a incrementare i propri guadagni rispetto agli equilibri di cui ai punti precedenti? Motivare la risposta.

TG – B Giochi sequenziali

TG - Esercizio B1

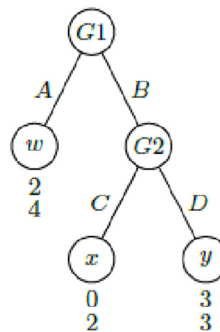
Si consideri il seguente gioco ad albero tra giocatori A e B (il primo payoff è di A, il secondo di B):



- (a) Si calcolino gli equilibri di Nash.
- (b) Si discutano le ragioni per cui un equilibrio dovrebbe essere più “ragionevole” dell’altro (o degli altri).
- (c) Si modifichi il pagamento di un esito a scelta in modo tale che tutti gli equilibri siano ugualmente “ragionevoli.”

TG - Esercizio B2

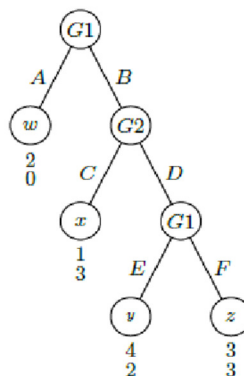
Si consideri il seguente gioco in forma estesa con due giocatori, $G1$ e $G2$:



- (a) Si trovino i due equilibri di Nash, e quale di essi comporti minacce non credibili.
- (b) Si modifichi le vincite relative all’esito x in modo che ambedue gli equilibri risultino credibili.

TG - Esercizio B3

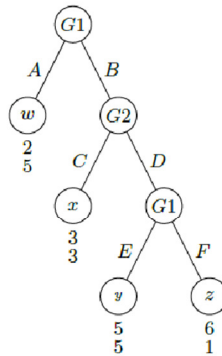
Si consideri il seguente gioco in forma estesa con due giocatori, $G1$ e $G2$:



- (a) Si fornisca la definizione di esito Pareto efficiente, e si individuino quali tra gli esiti del gioco – cioè w , x , y , e z – sono Pareto efficienti.
- (b) Si trovi la soluzione per induzione all’indietro, e si commenti il risultato ottenuto.

TG - Esercizio B4

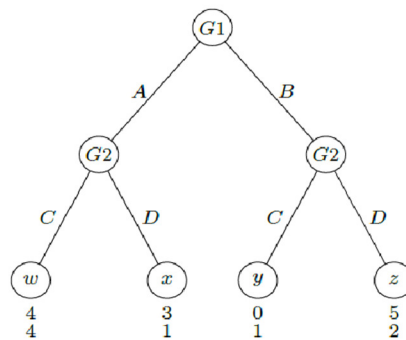
Si consideri il seguente gioco in forma estesa con due giocatori, $G1$ e $G2$:



- (a) Si fornisca la definizione di esito Pareto efficiente, e si individuino quali tra gli esiti del gioco – cioè w , x , y , e z – sono Pareto efficienti.
- (b) Si trovi la soluzione per induzione all'indietro, e si commenti il risultato ottenuto.

TG - Esercizio B5

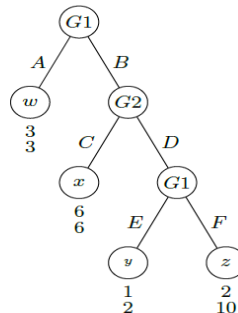
Si consideri il seguente gioco in forma estesa con due giocatori, $G1$ e $G2$:



- (a) Si fornisca la definizione di esito Pareto efficiente, e si individuino quali tra gli esiti del gioco – cioè w , x , y , e z – sono Pareto efficienti.
- (b) Si trovi la soluzione per induzione all'indietro, e si commenti il risultato ottenuto.

TG - Esercizio B6

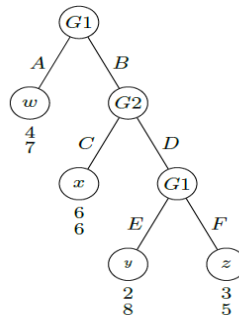
Si consideri il seguente gioco in forma estesa con due giocatori, $G1$ e $G2$:



- (a) Si definisca il concetto di ottimo paretiano e si individui quale dei possibili esiti - cioè w , x , y e z - rappresenta un ottimo paretiano e quale no. Si descriva poi la procedura di induzione a ritroso e si individui l'equilibrio di Nash perfetto.
- (b) In questo contesto di gioco sequenziale, quante sono le strategie a disposizione di ogni giocatore? Dire se esistono nel gioco altri equilibri di Nash basati su minacce/promesse non credibili e in caso affermativo individuare quali siano. Commentare.

TG - Esercizio B7

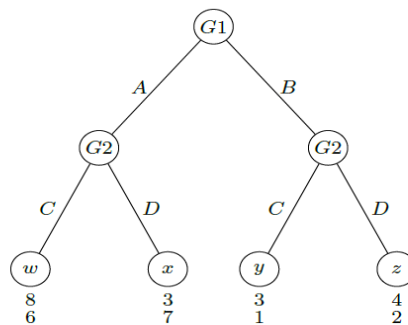
Si consideri il seguente gioco in forma estesa con due giocatori, $G1$ e $G2$:



- (a) Si definisca il concetto di ottimo paretiano e si individui quale dei possibili esiti - cioè w, x, y e z - rappresenta un ottimo paretiano e quale no. Si descriva poi la procedura di induzione a ritroso e si individui l'equilibrio di Nash perfetto.
- (b) In questo contesto di gioco sequenziale, quante sono le strategie a disposizione di ogni giocatore? Dire se esistono nel gioco altri equilibri di Nash basati su minacce/promesse non credibili e in caso affermativo individuare quali siano. Commentare.

TG - Esercizio B8

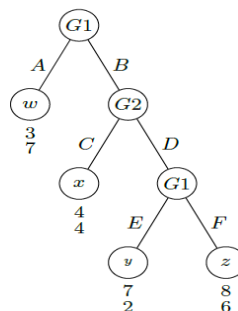
Si consideri il seguente gioco in forma estesa con due giocatori, $G1$ e $G2$:



- (a) Si fornisca la definizione di esito Pareto efficiente, e si individuino quali tra gli esiti del gioco - cioè w, x, y , e z - sono Pareto efficienti.
- (b) Si trovi la soluzione per induzione all'indietro, e si commenti il risultato ottenuto.

TG - Esercizio B9

Si consideri il seguente gioco in forma estesa con due giocatori, $G1$ e $G2$:



- (a) Si definisca il concetto di ottimo paretiano e si individui quale dei possibili esiti - cioè w, x, y e z - rappresenta un ottimo paretiano e quale no. Si descriva poi la procedura di induzione a ritroso e si individui l'equilibrio di Nash perfetto.
- (b) In questo contesto di gioco sequenziale, quante sono le strategie a disposizione di ogni giocatore? Dire se esistono nel gioco altri equilibri di Nash basati su minacce/promesse non credibili e in caso affermativo individuare quali siano. Commentare.

TG - Esercizio B10

Due individui sono coinvolti in una trattativa per dividere una somma di 100 gettoni. Inizialmente spetta all'individuo A fare un'offerta per la divisione della cifra. Se l'individuo B accetta la trattativa è conclusa, mentre se l'individuo B rifiuta spetta a lui proporre una divisione, ma la cifra diminuisce a soli 90 euro (10 euro vengono consumati per il tempo trascorso a trattare). Se la proposta di divisione di B dei 90 euro è accettata da A la trattativa termina, altrimenti sta ad A fare una nuova proposta, ma la cifra adesso è di soli 80 euro. Se B accetta la proposta di A la trattativa termina, altrimenti sta di nuovo a B fare una nuova proposta, ma la cifra da dividere sarà di soli 70. In questo caso, se A non accetta il tempo a disposizione termina e nessuno dei due individui ottiene niente. I gettoni non sono divisibili in frazioni (ogni proposta deve prevedere dei numeri interi di gettoni per ogni individuo) e quando un individuo si trova a scegliere fra due possibili esiti per lui uguali lancia la monetina per scegliere.

- a) Che tipo di "gioco" è questa situazione? Con quale metodo si può prevedere l'esito plausibile se gli individui A e B sono razionali e auto-interessati? Dal punto di vista paretiano, a quale nodo decisionale è preferibile che si concluda la trattativa?
- b) Calcolare l'equilibrio perfetto del gioco. In questo tipo di trattativa sai dire quale sia "la posizione" che permette di avere il maggior potere negoziale?

TG – C Giochi di vario tipo

TG - Esercizio C1

Si consideri un mercato in cui opera un monopolista e in cui un potenziale entrante deve decidere se entrare o no. Il potenziale entrante ha a disposizione due strategie: Entrare e Non entrare. A sua volta il monopolista può decidere di adottare una strategia accomodante, ovvero mantenere alti i prezzi, oppure di fare guerra all'entrante abbassando i prezzi. La matrice dei pagamenti di questo gioco è la seguente:

		MONOPOLISTA	
		PREZZO ALTO	PREZZO BASSO
ENTRANTE	ENTRA	15;15	-5;-5
	NON ENTRA	0;35	0;35

- Si supponga che i giocatori debbano scegliere la loro azione in modo simultaneo: individuare gli equilibri di Nash se esistono.
- Si supponga che l'entrante possa fare per primo la sua mossa: disegnare il gioco in forma estesa e individuare l'equilibrio perfetto

TG - Esercizio C2

Si consideri un mercato in cui opera un monopolista e in cui un potenziale entrante deve decidere se entrare o no. Il potenziale entrante ha a disposizione due strategie: Entrare (E) e Non entrare (NE). A sua volta il monopolista può decidere di adottare una strategia aggressiva Investendo (I) in una campagna pubblicitaria che restringe il mercato di eventuali rivali, oppure può decidere di Non Investire (NI) in tale campagna. La matrice dei pagamenti di questo gioco è la seguente:

		Monopolista	
		I	NI
Entrante	E	-10,10	10,20
	NE	0,30	0,40

- Si supponga che i giocatori debbano scegliere la loro azione in modo simultaneo: dire se ciascuno di loro due ha strategie dominanti e individuare gli equilibri di Nash se esistono.
- Si supponga che il monopolista possa fare per primo la sua mossa: disegnare il gioco in forma estesa e individuare l'equilibrio perfetto. Commentare.

TG - Esercizio C3

Due fornitori (Alfa e Beta) di una grande impresa producono simultaneamente un bene intermedio che può avere due diversi modelli. La grande impresa preferisce un bene intermedio omogeneo e ognuno dei due fornitori ha un vantaggio nella produzione di uno dei due modelli. Di conseguenza i profitti sono i seguenti. Se entrambi i fornitori producono il modello S, i profitti di Alfa sono pari a 8 mentre quelli di Beta sono pari a 5: Se Alfa produce il modello S e Beta il modello B, i profitti di Alfa sono pari a 2 mentre quelli di Beta sono pari a 1: Se Alfa produce il modello B e Beta il modello S, i profitti di Alfa sono pari a 1 e quelli di Beta pari a 3. Infine, se entrambi producono il modello B, i profitti di Alfa sono pari a 5 e quelli di Beta pari a 8:

- Rappresentate il gioco in forma normale (con una matrice), trovate l'equilibrio/gli equilibri di Nash e indicate quali sono gli ottimi paretiani.
- Supponete che Alfa produca per primo e che Beta possa osservare il modello scelto da Alfa prima di prendere la sua decisione. Rappresentate il gioco nella forma appropriata, trovate l'equilibrio/gli equilibri perfetto/i e commentate il risultato.

TG - Esercizio C4

Si consideri una situazione di interazione strategica con 2 giocatori che hanno ciascuno 3 azioni a disposizione con i relativi pay-off associati come rappresentato nella tabella sotto:

		G2		
		S	C	D
G1	A	5,6	0,8	4,2
	M	1,3	6,5	2,0
	B	4,1	6,2	5,4

- Identificare fra tutti gli esiti possibili del gioco quali siano ottimi paretiani. Individuare gli equilibri di Nash del gioco nel caso in cui le mosse siano simultanee. Quale equilibrio si ottiene applicando il metodo dell'eliminazione iterata delle strategie dominate? Quale soluzione vi sembra più robusta? Commentare.
- Illustrare quale sarebbe l'esito di equilibrio se il gioco fosse sequenziale e la prima mossa spettasse a G1. E se spettasse a G2? Commentare.

TG C5

Si consideri una situazione di interazione strategica con 2 giocatori che hanno ciascuno 3 azioni a disposizione con i relativi pay-off associati come rappresentato nella tabella qui sotto:

		G2		
		S	C	D
G1	A	5,2	7,6	4,8
	M	6,9	5,9	3,6
	B	2,11	3,7	0,0

- Identificare fra tutti gli esiti possibili del gioco quali siano ottimi paretiani. Identificare quale equilibrio si ottiene applicando il metodo dell'eliminazione iterata delle strategie dominate. Identificare, se esistono, ulteriori equilibri di Nash. Quale soluzione vi sembra più robusta?
- Illustrare quale sarebbe l'esito di equilibrio se il gioco fosse sequenziale e la prima mossa spettasse a G2. E se spettasse a G1? Commentare.

Esercizi di teoria dei giochi sul manuale

Esercizi BB: cap. 13: es. 1-9,10(a, c),11,13,14.