

## Esercizi capitolo 15(10 BW)

### Teoria del Rischio

#### TR - Esercizio 1

Un consumatore avverso al rischio può scegliere fra due possibilità di investimento, A e B. L'investimento A procura un rendimento pari a  $R$  nello stato sfavorevole e un rendimento pari a  $25R$  nello stato favorevole, mentre l'investimento B procura un rendimento certo pari a 400. La probabilità che si verifichi lo stato favorevole è  $3/4$  e la funzione di utilità del consumatore è  $U(c) = 40 + \sqrt{c}$  dove  $c$  è il consumo derivante dal rendimento dell'investimento. Calcola:

- (a) l'utilità derivante dall'investimento B e l'utilità (funzione di  $R$ ) derivante dall'investimento A;
- (b) il livello di  $R$  che rende il consumatore indifferente fra l'investimento A e l'investimento B e il premio per il rischio.

#### TR - Esercizio 2

Un proprietario di immobili possiede un condominio del valore di 1000. Percepisce il rischio di subire un danno da cause naturali pari 324 con probabilità del 10%.

- (a) Supponendo che la funzione di utilità ex post del proprietario sia  $u(x) = \sqrt{x}$ , quale sarà il massimo premio di polizza che è disposto a pagare per una polizza di assicurazione completa del danno.? Raffigurare in un grafico la soluzione calcolata.
- (b) Se il proprietario realizzasse opere di prevenzione del danno del costo di 10, la probabilità del danno diminuirebbe all'8%. Quale è il massimo premio che il proprietario sarà disposto pagare per acquistare una polizza che copre totalmente in caso di danno ma lo obbliga a realizzare l'investimento preventivo?

#### TR – Esercizio 3

Un soggetto ha un futuro da calciatore professionista e una funzione di utilità del tipo  $u(x) = \sqrt{x}$ . Intanto si allena per il Camacici AC. Se nel frattempo non si fa seriamente male, potrà giocare in serie A, con un contratto da 1 milione di Euro. Se invece si fa male, può scegliere di allenare i pulcini della sua città con un contratto di 10 mila Euro. C'è una probabilità del 10% che si faccia seriamente male e che non finisca mai in serie A.

- (a) Quale è l'utilità attesa del soggetto?
- (b) Se l'individuo paga  $x$  euro per un'assicurazione che gli dà 1 milione di Euro nel caso in cui si faccia male, allora è sicuro di avere un reddito pari a  $(1.000.000 - x)$  euro qualunque cosa accada. Quanto è il massimo che disposto a pagare per questa polizza (nel futuro avrà solo il reddito derivante dalla sua professione)?

#### TR – Esercizio 4

La funzione di utilità di un soggetto è data da  $u(x) = \sqrt{x}$ , dove  $x$  indica il reddito percepito. Il soggetto ha due possibilità lavorative. Può diventare un impiegato di banca e ottenere un reddito pari a 81 euro annui con certezza. In alternativa, può decidere di avviare un'attività in proprio con due possibili esiti. Se l'attività avesse successo a livello internazionale, il suo reddito annuo sarebbe di 400 euro. Se invece l'attività avesse successo solo a livello locale, il suo reddito annuo sarebbe di 25 euro. La probabilità che il soggetto abbia successo solo a livello locale è dell'80%.

- a) Come si può caratterizzare l'atteggiamento del soggetto rispetto al rischio? Rappresentate graficamente la sua funzione di utilità indicando chiaramente le variabili sugli assi.
- b) Calcolate il valore atteso del suo reddito nel caso in cui egli decida di diventare impiegato e nel caso in cui scelga invece di mettersi in proprio.
- c) Calcolare l'utilità attesa che il soggetto otterrebbe dalle due opzioni. In base ai risultati ottenuti, quale carriera sceglierà?
- d) Se la probabilità di aver successo solo a livello locale si riducesse al 70% (e quindi aumentasse la probabilità di aver successo a livello sia locale che internazionale), il soggetto continuerebbe a preferire il lavoro da impiegato? Argomentate la risposta.

### TR - Esercizio 5

Un individuo si trova a decidere fra tre prospettive di lavoro. La prima è quella di rimanere nell'azienda del padre, opzione che gli garantirebbe un salario annuo pari a 12 mila euro. La seconda possibilità è quella di cercare un posto da ingegnere. L'individuo sa che nel 50% dei casi sarà assunto da un'ottima azienda, con un salario annuo di 20 mila euro ma che nel restante 50% dei casi troverà lavoro presso una società mediocre, con salario annuo pari a 10 mila euro. Infine, l'individuo potrebbe anche intraprendere la carriera di calciatore professionista: in tal caso, con probabilità dell'80%, diventerà "famoso", guadagnando 30 mila euro all'anno ma se non sfonda si troverà a giocare nei dilettanti, guadagnando appena 5 mila euro all'anno.

- a) Definite e calcolate il valore atteso delle tre alternative.
- b) Sapendo che la funzione di utilità dell'individuo è del tipo  $u(x) = x^2$ , (dove  $x$  è lo stipendio che l'individuo ottiene nelle diverse alternative) calcolate l'utilità attesa delle tre alternative.
- c) Rappresentate graficamente la funzione di utilità dell'individuo. Come giudicate l'atteggiamento dell'individuo nei confronti del rischio? Argomentate.
- d) Sulla base delle informazioni fornite, quale strada intraprenderà l'individuo? Se fosse stato neutrale al rischio avrebbe fatto la stessa scelta? Giustificate la vostra risposta con l'ausilio di un opportuno grafico.

### TR – Esercizio 6

Una ragazza ha una funzione d'utilità del tipo  $u(x) = 10x$ . Deve decidere se partecipare alla lotteria (L) che le dà un guadagno di 1000 € con probabilità uguale ad 1/4 o 100 € con probabilità pari a 3/4.

- a) Quale è la somma che la ragazza sarebbe disposta a pagare per partecipare alla lotteria?
- b) Se la funzione di utilità della ragazza fosse  $u(x) = \sqrt{x}$ , quale sarebbe l'equivalente di certezza che darebbe alla ragazza la stessa utilità della partecipazione alla lotteria?

### TR - Esercizio 7

Una ragazza ha un reddito di 100 e una funzione di utilità del tipo  $u(x) = x^2$ . Deve decidere se partecipare alla lotteria (L) che le darebbe un guadagno di 90 con probabilità 1/3 e un guadagno di 30 con probabilità 2/3.

- a) Quale è l'atteggiamento della ragazza verso il rischio? Se la partecipazione alla lotteria comporta un costo di 50, quale sarà la scelta della ragazza?
- b) Se un amico le offrisse la possibilità di scegliere tra una somma certa di 60 e la partecipazione alla lotteria, quale sarà la scelta della ragazza?

### TR - Esercizio 8

Si considerino le seguenti lotterie:

- A: Si lancia un dado a 6 facce, se il risultato è  $y \geq 3$  si vincono 3 euro, altrimenti si vincono 0 euro.
  - B: Si lancia un dado a 6 facce, se il risultato è 6 si vincono 9 euro, altrimenti si vincono 0 euro.
- (a) Si calcolino i valori attesi delle due lotterie.
  - (b) Si calcolino le utilità attese delle due lotterie per un individuo con utilità  $u(x) = x^2$ , si dica quale lotteria preferirà e si commenti il risultato con riferimento alle preferenze per il rischio dell'individuo.

### TR – Esercizio 9

Una agenzia di viaggi ha venduto un pacchetto all'inclusive per una vacanza in una isola tropicale. Ha intenzione di offrire ai suoi clienti anche una assicurazione accessoria che permetterebbe loro di avere un rimborso di 600 euro in caso di cancellazione del viaggio per rischio uragano. La probabilità che l'uragano possa effettivamente accadere è stimata pari al 5% sia dall'agenzia che dai clienti.

- (a) sapendo che l'agenzia è neutrale al rischio, si calcoli il prezzo minimo a cui è disposta a offrire l'assicurazione accessoria ai propri clienti
- (b) Si assuma che un cliente abbia funzione di utilità  $u(x) = \sqrt[3]{x}$ . Tale individuo ha un reddito a disposizione di 1000 euro e in caso di annullamento del viaggio subisce una perdita di 800. Se l'agenzia gli offrisse la polizza al prezzo di 40 euro, tale individuo la comprerebbe?
- (c) Quale è il prezzo massimo che l'individuo è disposto a pagare se la sua perdita in caso di annullamento è pari a 600?

#### TR – Esercizio 10

Un individuo fronteggia una situazione di rischio. Il suo patrimonio ammonta a 900, ma, con probabilità del 10%, può subire una perdita di 800. Il suo comportamento è guidato da una funzione di utilità attesa, ove l'utilità ex-post sugli esiti è:  $u(x) = \sqrt{x}$ , con  $x$  la variabile del suo patrimonio finale.

(a) Calcolare il valore atteso del suo patrimonio e la sua utilità attesa.

(b) Calcolare il suo equivalente di certezza e il suo premio di rischio. Quale è il valore massimo di premio di polizza che l'individuo è disposto a pagare per avere una copertura assicurativa completa?

#### TR – Esercizio 11

Un individuo sta pensando di scommettere sulla vittoria della propria squadra ai prossimi mondiali. Ha motivo di pensare che tale evento si verificherà con probabilità pari a 0.5 e ha a disposizione fino a 100 euro per la scommessa.

(a) Se la vittoria della sua squadra fosse quotata a 2 (ovvero, a fronte di un pagamento certo pari a  $x$  se poi la sua squadra vince ottiene  $2x$  e 0 se non vince) e l'individuo fosse avverso al rischio è possibile dire quanto scommetterebbe? E se fosse neutrale al rischio?

(b) Si supponga che la sua funzione di utilità sia  $u(x) = \sqrt{x}$ , e che la quotazione dei bookmaker passi a 3. Calcolare analiticamente quanto scommetterebbe l'individuo.

#### TR – Esercizio 12

Un individuo ha un reddito di 10 e funzione di utilità  $u(x) = \ln(x + 1)$ . Gli viene proposto di finanziare due diversi progetti, ciascuno dei quali richiede un investimento di 7. Il progetto A ha un ritorno pari a 92 se le cose vanno bene e pari a 2 se le cose vanno male. Il progetto B ha un ritorno di 44 se le cose vanno bene e di 20 se le cose vanno male.

(a) senza conoscere la probabilità che l'individuo assegna alla possibilità che ognuno dei due progetti abbia successo o meno, è possibile dire se comunque tale individuo sceglierà di finanziare uno dei progetti?

(b) Si supponga che per l'individuo la probabilità di successo del progetto B sia pari a 0,4. Calcolare il valore atteso del progetto, l'equivalente certo e il premio di rischio per l'individuo.

(c) Quale deve essere la (minima) probabilità di successo del progetto A affinché l'individuo scelga di investire in tale progetto invece che nel progetto B?

#### TR – Esercizio 13

Un individuo ha una ricchezza iniziale di 144. Può decidere di comprare un biglietto di una lotteria che con probabilità 1/4 gli darebbe un premio pari a 104, mentre con probabilità 3/4 non gli assegnerebbe nessun premio.

(a) Se l'individuo fosse neutrale al rischio, quale sarebbe il massimo prezzo che è disposto a pagare per comprare un biglietto di tale lotteria? Come varierebbe tale massimo prezzo al variare della ricchezza iniziale?

(b) Se la funzione di utilità ex-post dell'individuo fosse  $u(x) = \sqrt{x}$ , quale sarebbe il massimo prezzo che l'individuo è disposto a pagare per comprare il biglietto di tale lotteria? Come varierebbe tale massimo prezzo al variare della ricchezza iniziale?

(c) Se la funzione di utilità ex-post dell'individuo fosse  $u(x) = x^2$  quale sarebbe il massimo prezzo che l'individuo è disposto a pagare per comprare il biglietto di tale lotteria? Come varierebbe tale massimo prezzo al variare della ricchezza iniziale?

#### TR – Esercizio 14

Un individuo fronteggia una situazione di rischio. Il suo patrimonio ammonta a 1600, ma, con probabilità del 20%, può subire una perdita di 700. Il suo comportamento è guidato da una funzione di utilità attesa, ove l'utilità ex-post sugli esiti è:  $u(x) = \sqrt{x}$ , con  $x$  la variabile del suo patrimonio finale effettivo.

(a) Calcolare il valore atteso del suo patrimonio, la utilità attesa, l'equivalente di certezza e il premio di rischio.

(b) Quale è il valore massimo di premio di polizza che l'individuo è disposto a pagare per avere una copertura assicurativa completa? Si immagini che il patrimonio iniziale fosse pari a 2500 invece che a 1600: come cambierebbe il massimo premio di polizza che l'individuo è disposto a pagare per un'assicurazione completa se la perdita e la sua probabilità restano inalterate?

### TR-Esercizio 15

Antonella ha una ricchezza iniziale pari a 100 euro e una funzione di utilità :  $u(x) = \sqrt{x}$ , dove x rappresenta una somma monetaria. Antonella ha la possibilità di partecipare a una lotteria tale per cui ottiene 96 euro con probabilità di 2/3 mentre con probabilità complementare ne ottiene 21.

- (a) Si calcoli il valore atteso della lotteria, l'utilità attesa che ne ricava Antonella e il premio per il rischio.
- (b) Se il biglietto per partecipare alla lotteria costasse 52 Euro, Antonella lo acquisterebbe? Si motivi la risposta.
- (c) La risposta al punto b) si modificherebbe nel caso Antonella avesse funzione di utilità :  $u(x) = x^2$  ? Si motivi la risposta.

Altri esercizi dai manuali

BB 15.7-10 p. E35

BW 10.8 p. 396.