Esercizi capitoli 6 e 7 (Minimizzazione dei costi)

MC – Esercizio 1

Determinare i rendimenti di scala delle seguenti funzioni di produzione:

a) $F(K,L) = 2\sqrt{K^2 + L^2}$

b) $F(K,L) = L^{\frac{1}{5}}K^{\frac{2}{5}}$

c) $F(K,L) = \frac{2}{3}(K + L)$

MC - Esercizio 2

Un'impresa ha funzione di produzione $F(L,K) = L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{1}{4}}$, ed è price-taking sul mercato dei fattori di produzione dove $w = 8$ e $r = 6$.

(a) Si calcoli la funzione di costo di breve periodo, nell'ipotesi che il capitale sia un fattore fisso: $\underline{K} = 9$.

(b) Si calcoli la funzione di costo di lungo periodo, evidenziandone le caratteristiche economiche.

(c) Si calcolino le funzione di costo totale medio e di costo marginale di lungo periodo sotto l'ipotesi che i costi fissi e quelli di setup siano nulli. Se ne studino le proprietà analitiche e le loro relazioni, rappresentandole anche su un diagramma cartesiano.

MC - Esercizio 3

Un'impresa price-taking ha funzione di produzione con due fattori, $F(L,K) = L^{\frac{1}{3}}K^{\frac{1}{3}}$. Si supponga che i prezzi dei fattori *w* e *r* siano uguali.

(a) Si valuti il costo di produzione di 100 unità di prodotto.

(b) Si costruisca la funzione di costo di breve periodo quando $\underline{K}$= 27 e si spieghi quando il costo di breve periodo è uguale a quello di lungo periodo.

(c) Si costruisca la funzione di costo di lungo periodo condizionata all'impossibilità che il fattore lavoro (per circostanze di mercato) sia acquisito in un ammontare maggiore di 64.

MC - Esercizio 4

Un'impresa price-taking ha funzione di produzione $F(L,K) = L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$. Supponendo che i prezzi di lavoro e capitale siano rispettivamente $w = 2$ e $r = 18$;

(a) individua la combinazione ottimale per produrre la quantità $q = 2$ e determina il costo di produzione corrispondente;

(b) determina la funzione di costo totale di lungo periodo;

(c) Calcola le funzioni di costo totale, medio e marginale nel BP nel caso che la dotazione di capitale sia $\underline{K}$= 4. Rappresentale accuratamente su un diagramma. Per quale quantità viene minimizzato il costo medio di breve periodo?

MC - Esercizio 5

Un'impresa price-taking ha funzione di produzione: $F(K,L) = L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$. I prezzi dei fattori lavoro e capitale sono rispettivamente $w = 4$ e $r = 9$. Nel breve periodo la dotazione di capitale è fissa e pari a $\underline{K} = 16$.

a) determinare l'espressione delle curve di costo totale, medio e marginale di breve periodo;

b) determinare la combinazione ottima di fattori nel lungo periodo nel caso in cui $q = 100$;

c) determinare l'espressione delle curve di costo totale, medio e marginale di lungo periodo.

MC - Esercizio 6

Un'impresa price-taking ha funzione di produzione con due fattori, $F(L,K) = aL + bK$ con *a* e *b* costanti. Si supponga che i prezzi dei fattori w e r siano uguali e pari a 1.

(a) Si disegnino le curve di isoquanto nei tre casi: *a* < *b, a* > *b, a* = *b*. Si calcoli la funzione di costo di lungo periodo nei tre casi.

(b) Si ipotizzi che, nel breve periodo, il capitale sia fisso e uguale a 5. Come cambia la funzione di costo?

MC- Esercizio 7

Si consideri una funzione di produzione di Leontief con due fattori produttivi, $F(L,K) = min(2L; K)$. Il prezzo di L sia pari a $w = 4$, e il prezzo di K sia pari a $r = 6$.

(a) Si determini la combinazione ottima di fattori per produrre 8 unità di output.

(b) Si determini il costo di produzione in funzione della quantità q di output prodotto.

(c) Nell'ipotesi che il fattore K sia fisso a 9, si disegni il costo di produzione in funzione della q di output.

MC - Esercizio 8

La tecnologia di un'impresa è caratterizzata dalla seguente funzione di produzione: $F(L,K) = 3LK^{\frac{3}{4}}$

a) calcolare i rendimenti di scala;

b) dati i prezzi dei fattori $w = 4$ e $r = 3$, calcolare la combinazione dei fattori che consente di ottenere un livello di produzione $q = 6$ al minimo costo di produzione;

c) determinare come cambia la combinazione efficiente dei fattori quando $r = 6$;

d) determinare come cambia la combinazione ottimale dei fattori se l'impresa vuole raddoppiare la produzione (ai prezzi dei fattori iniziali);

e) determinare la domanda di ciascun fattore in funzione dell'output;

f) determinare la curva dei costi totali di lungo periodo;

g) determinare la curva dei costi totali di breve periodo quando K è fisso e paria 1

MC – Esercizio 9

La tecnologia di una impresa è caratterizzata dalla seguente funzione di produzione: $F(L,K) = 4L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{6}}$. Il prezzo del lavoro è $w = 12$ e quello del capitale $r = 4$.

(a) Si supponga che l'impresa debba produrre una quantità $q = 16$. Determinare il minimo costo totale di produzione nel breve periodo quando il fattore capitale è fisso: $\underline{K} = 1$.

(b) Determinare il minimo costo di produzione per produrre $q = 16$ nel lungo periodo, quando tutti i fattori sono variabili. Ripetendo la procedura per un q generico, determinare le funzioni di costo totale, medio e marginale di lungo periodo. Commentare la relazione fra il tipo di rendimenti di scala della funzione di produzione e l'andamento della funzione di costo medio di lungo periodo.

MC - Esercizio 10

Si consideri la funzione di produzione $F(L,K) = min(2L; 3K)$.Il prezzo di L sia pari a 3 e il prezzo di K sia pari a 4,5.

(a) Si determini la combinazione ottima di fattori per produrre 24 unità di output e si calcoli il minimo costo di produzione di tale quantità. Si definisca inoltre analiticamente la funzione di costo di lungo periodo e la si disegni accuratamente in un diagramma.

(b) Ipotizzando che il fattore K sia fisso a 10 unità, si determini il costo totale di breve periodo per la produzione di 24 unità di output. Si definisca inoltre analiticamente la funzione di costo totale di breve periodo e la si disegni accuratamente nel diagramma precedente.

MC - Esercizio 11

Si consideri la funzione di produzione $F(L,K) = (L+1)(K+1)$. Si ipotizzi che il prezzo del lavoro e del capitale siano $w = r = 1$.

(a) Si rappresentino graficamente le curve di isoquanto per alcuni livelli di produzione a piacere e si calcoli il costo di produzione.

(b) Si calcoli la curva di costo di breve periodo se il K è fisso e pari a 1.

MC - Esercizio 12

Un'impresa price-taking sul mercato dei fattori di produzione, i cui prezzi sono $w = 1$ e $r = 2$, opera con funzione di produzione $F(L;K) = \sqrt{LK}$

(a) Calcolare la funzione di costo di lungo periodo.

(b) Se nel breve periodo il fattore K è fisso, $\underline{K} = 9$, come cambia la funzione di costo?

MC - Esercizio 13

Si consideri la funzione di produzione $F(L,K) = 7L + 5K$. Siano i prezzi di lavoro e capitale $w = 6$ e $r = 4$.

(a) Si determini la combinazione ottima di fattori per produrre 65 unità di output, e il costo di produzione di tale quantità. Si determini inoltre la funzione di costo, e la si rappresenti graficamente.

(b) Nell'ipotesi che il fattore K sia fisso a 6, si determini la combinazione ottima di fattori per produrre 65 unità di output, e il costo di produzione di tale quantità.

MC - Esercizio 14

Un'impresa price-taking sul mercato dei fattori ha funzione di produzione $F(L,K) = 5L + 6K$. Siano i prezzi di lavoro e capitale $w = 2$ e $r = 3$.

(a) Si determini la combinazione di fattori ottimale per produrre 30 unità di output e si calcoli il relativo costo. Si calcoli la funzione di costo di lungo periodo.

(b) Si consideri una situazione di breve periodo in cui il capitale è fisso al livello di 4 e i prezzi dei fattori w e r sono generici. Si determinino i livelli di quantità e i valori relativi dei prezzi tali per cui la funzione di costo di lungo periodo viene a coincidere con quella di breve periodo.

MC - Esercizio 15

Si consideri la funzione di produzione con input perfetti complementi, in cui per produrre ciascuna unità di output bisogna combinare 4 unità di lavoro e 3 unità di capitale. Il prezzo w del lavoro è 5, il prezzo r del capitale è 4.

(a) Si disegni l'isoquanto relativo al livello di produzione $q = 5$, e si calcoli la funzione di costo.

(b) Si supponga che diventi disponibile una nuova tecnica produttiva, per cui ora si può produrre ciascuna unità di output o con la tecnica precedente, oppure combinando 2 unità di lavoro e 6 unità di capitale. Si disegni il nuovo isoquanto relativo al livello di produzione $q = 5$ (tenendo conto che due tecniche sono possibili), e si calcoli la funzione di costo. Si dica infine per quali prezzi degli input w e r entrambe le tecniche produttive permettono di minimizzare i costi di produzione.

MC Esercizio 16

Un'impresa price-taker sul mercato dei fattori ha funzione di produzione $F(L,K) = L(K+1)$. Siano i prezzi di lavoro e capitale $w = 4$ e $r = 6$.

(a) Si determini se la tecnica utilizzata è a rendimenti costanti, crescenti o decrescenti. Si determini inoltre la combinazione ottimale per produrre $q = 24$ e si calcoli il relativo costo.

(b) Si determini la funzione di costo di lungo periodo.

MC - Esercizio 17

Si consideri un'impresa price-taking sul mercato dei fattori con funzione di produzione $F(L,K) = LK + 4K$. Siano $w = 3$ e $r = 12$ i prezzi di lavoro e capitale.

(a) Si illustri tramite un diagramma l'isoquanto per produrre $q = 16$ e la mappa delle rette di isocosto. Si determini analiticamente la combinazione ottimale di fattori per produrre tale quantità e si calcoli il relativo costo.

(b) Si calcoli la funzione di costo di lungo periodo per una generica quantità. Si derivino il costo marginale e il costo medio e si rappresentino su un diagramma, evidenziando intervalli di q per cui vi sono economie o diseconomie di scala.

MC - Esercizio 18

Si consideri un'impresa price taker sul mercato dei fattori con funzione di produzione $F(L,K) = 6L + 10K$. Siano $w = 2$ e $r = 5$ i prezzi di lavoro e capitale.

(a) Si determini la combinazione ottimale per produrre $q = 60$, si calcoli il relativo costo. Si determini la funzione di costo di lungo periodo.

(b) Si calcoli la funzione di costo marginale nel caso che l'impresa disponga di un ammontare fisso di capitale pari a 8.

MC - Esercizio 19

Un'impresa price taker sul mercato dei fattori ha una funzione di produzione $F(L, K) = min(2L; 3K)$. Siano $w = 2$ e $r = 3$ i prezzi di lavoro e capitale.

(a) Si determini la combinazione ottimale per produrre $q = 48$, si calcoli il relativo costo. Si determini la funzione di costo di lungo periodo.

(b) Si calcoli la funzione di costo di breve periodo nel caso che l'impresa disponga di un ammontare fisso di capitale pari a 30.

MC - Esercizio 20

La tecnologia richiede 2 lavoratori e 1 aratro per produrre 1 quintale di grano. Il prezzo di 1 aratro è 100 euro, il prezzo di 1 lavoratore è 20 euro.

a) Si rappresentino graficamente alcuni isoquanti di produzione e si scriva la funzione di produzione associata a tale tecnologia. Si calcoli il costo di produrre 15 quintali di grano.

b) Si diano le definizioni di rendimenti di scala, e si indichi il tipo di rendimenti di scala nella produzione di grano. Si determini infine la funzione di costo per la produzione di grano, e si commenti brevemente.

MC - Esercizio 21

Un'impresa price-taker sul mercato dei fattori ha funzione di produzione $F(L, K) = L(K + 10)$. Siano i prezzi di lavoro e capitale identici e pari a 1

(a) Si raffiguri la funzione di produzione su un grafico per mezzo di alcune curve di isoquanto, e si calcoli la combinazione ottimale di fattori produttivi e la funzione di costo di lungo periodo tenendo presente che i fattori di produzione non potranno comunque essere impiegati in un ammontare inferiore a zero

(b) Si calcolino i rendimenti di scala e le funzioni di costo medio e marginale per qualsiasi quantità.

MC - Esercizio 22

Un'impresa price-taker sul mercato dei fattori ha accesso ad una tecnologia dove lavoro (L) e capitale (K) sono perfetti complementi nella produzione dell'output: in particolare, 4 unità di L sono abbinate a 1 unità di K per produrre una unità di output. Siano $w = 3$ e $r = 5$ i prezzi di lavoro e capitale.

a) Si raffigurino graficamente alcuni isoquanti di produzione e si scriva la funzione di produzione associata a tale tecnologia. Si calcoli la combinazione ottima di fattori produttivi e il costo per produrre 25 unità di output;

b) Si determini la funzione di costo di lungo periodo. Si determini la funzione di costo di breve periodo nell'ipotesi in cui il capitale sia fisso al livello $\underline{K} = 30$.

MC Esercizio 23

Un'impresa price-taker sul mercato dei fattori ha funzione di produzione $F(L, K) = K(L + 2)$. Siano i prezzi di lavoro e capitale $w = 3$ e $r = 2$.

(a) Si determini se la tecnica utilizzata è a rendimenti costanti, crescenti o decrescenti. Si disegni l'isoquanto relativo ad un livello di output $q = 54$. Si determini la combinazione ottimale di fattori per produrre tale quantità e si calcoli il relativo costo.

(b) Si determini la funzione di costo di breve periodo quando il capitale è fisso al livello $\underline{K} = 4$.

MC Esercizio 24

Un'impresa ha accesso ad una tecnologia rappresentata dalla funzione di produzione $F(L, K) = min(L; 2K)$. L'impresa è price-taking sul mercato dei fattori: $w = 2$ e $r = 5$ sono i prezzi del lavoro e del capitale.

(a) Si rappresentino graficamente con accuratezza alcuni isoquanti di produzione, e si indichi argomentando quali sono i rendimenti di scala.

(b) Si calcoli la combinazione ottima (cioè, meno costosa) di fattori produttivi per produrre 20 unità di output. Si indichi il costo di produzione.

(c) Si calcolino la funzione di costo dell'impresa e, da lì, il costo medio e il costo marginale.

MC Esercizio 25

Un'impresa ha una tecnologia rappresentata dalla funzione di produzione $F(L, K) = min(L; 2K)$. L'impresa è price-taking sul mercato dei fattori: $w = 10$ e $r = 4$ sono i prezzi del lavoro e del capitale..

(a) Si rappresentino graficamente in maniera accurata alcuni isoquanti di produzione. Si specifichi il tipo di rendimenti di scala. Si determinino la combinazione ottima di fattori per produrre 12 unità di output e il relativo costo di produzione.

(b) Si calcoli la funzione di costo dell'impresa ed il costo marginale di produzione. Si descriva brevemente a parole il concetto di costo marginale.

(c) Se il prezzo del capitale aumentasse a r = 6, come cambierebbe la combinazione ottima di fattori per produrre 12 unità di output e il relativo costo di produzione? Si commenti brevemente sulla sostituibilità tra i fattori produttivi.

MC Esercizio 26

Un'impresa price-taking produce un bene X che necessita di due componenti complementari in proporzione 1 a 1(es: A: la batteria e B: il corpo in plastica con la la luce che compongono una torcia). Le funzione di produzione sono $F_A(L, K) = 27L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{4}}$ per il componente A e $F_B(L, K) = LK$ per il componente B. Supponendo che i prezzi di lavoro e capitale siano $w = r = \frac{1}{2}$;

a. individuare le funzioni di costo totale di lungo periodo e quelle di costo medio e marginale. Che forma ha la funzione di costo totale? Per quale quantità il costo medio è minimo?
b. se nel breve periodo la dotazione di capitale impiegabile nella produzione del componente B è fissa e pari a $\underline{K}$= 18 (mentre quella impiegabile nella produzione del componente A è liberamente variabile), individuare il costo di totale di breve periodo. Per quale quantità viene minimizzato il costo medio di breve periodo? Per quale quantità il costo di breve periodo e quello di lungo periodo coincidono?
c. si immagini infine che l'impresa abbia un capitale fisso pari a 18 che può essere però liberamente impiegato sia nella produzione del componente A che nella produzione del componente B. Se il suo obiettivo è produrre $X = 9$, quanto capitale impiegherà nella produzione del componente A e quanto nella produzione del componente B? Quale sarà il costo totale per la produzione delle 9 unità di bene X?

MC Esercizio 27

Si consideri un'impresa con funzione di produzione $F(L, K) = LK$. I prezzi dei fattori produttivi sono $w = 2$ e $r = 25$.

(a) Si rappresentino graficamente alcuni isoquanti della funzione di produzione e alcuni isocosti.

(b) Si determinino la combinazione ottima di fattori di produzione per produrre 100 unità di output e il relativo costo di produzione.

(c) Si determinino la funzione di costo e, da questa, la funzione di costo medio. Si commenti brevemente sull'andamento della funzione di costo medio.

Esercizi consigliati sul cap 7 e 8 dal libro di riferimento:

BB. 7.9,13,17 pp. E14-15

BB 8.5,6,8,12 pp. E 16-17