

*B - Statica comparata, curva di Engel, natura dei beni, scomposizione effetto prezzo
(Esercizi capitolo 5)*

TC - Esercizio B1

Un consumatore ha preferenze rappresentate dalla seguente funzione di utilità: $U(x, y) = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

- determinare la scelta ottimale del consumatore se il suo reddito I è pari a 210 e i prezzi dei beni sono $p_x = 15$ e $p_y = 60$. Come cambia la scelta del consumatore nel caso in cui p_x passi da 15 a 20?
- determinare le curve di Engel per i due beni;
- determinare la curva di domanda per il bene x e per il bene y dato il valore iniziale del reddito.
- calcolare le funzioni dell'elasticità di x rispetto al prezzo, al reddito e l'elasticità incrociata

TC - Esercizio B2

Un consumatore ha preferenze rappresentate dalla seguente funzione di utilità: $U(x, y) = (x - 8)(y - 4)$

- Determinare la scelta ottimale del consumatore se il suo reddito monetario è pari a 440 e i prezzi dei beni sono e $p_x = 10$ e $p_y = 15$.
- Determinare l'equilibrio del consumatore nel caso in cui il prezzo del bene x passi da 10 a 15.
- Determinare l'equilibrio del consumatore nel caso in cui il reddito del consumatore sia $I = 300$.
- Determinare l'equazione della curva di domanda per il bene x .
- Calcolare l'elasticità al prezzo della domanda di x nel punto della curva di domanda corrispondente all'equilibrio iniziale.
- Calcolare l'elasticità incrociata nel punto della curva di domanda corrispondente all'equilibrio iniziale.

TC - Esercizio B3

Un consumatore ha preferenze rappresentate dalla seguente funzione di utilità: $U(x, y) = (x + 6)(y + 4)$

- Determinare la scelta ottimale del consumatore se il suo reddito monetario è pari a 20 e i prezzi dei beni sono e $p_x = 4$ e $p_y = 2$.
- Determinare l'equazione della curva di domanda per il bene x e calcolare l'elasticità al prezzo della domanda di x e l'elasticità incrociata fra bene x e bene y nel punto di ottimo.

TC - Esercizio B4

Un individuo ha una funzione di utilità pari a $U(x, y) = xy$

- Trovare l'equilibrio del consumatore se $p_x = 1$, $p_y = 2$ e $I=10$.
- Trovare la curva di domanda per x e per y .
- Dimostrare che l'elasticità della domanda è costante per entrambi i beni.
- Dimostrare che l'elasticità incrociata della domanda è nulla in ogni punto delle curve di domanda.

TC - Esercizio B5

Un consumatore spende il suo reddito I nell'acquisto dei due beni x e y . Sia $MU_x = \frac{2y}{x}$ e $MU_y = \frac{9x}{y}$

- Si calcoli il paniere ottimo quando $I = 24$ e i prezzi sono, rispettivamente, $p_x = 1$ e $p_y = 2$.
- Si calcolino le curve di domanda incrociata dei due beni, e le curve di Engel.
- Si classifichino i beni sulla base delle risposte in (b).

TC - Esercizio B6

Un consumatore price-taking ha preferenze rappresentate dalla funzione di utilità $U(x, y) = 5\ln x + \frac{y}{2}$. Si indichino con I il reddito del consumatore e con p_x e p_y i prezzi dei due beni.

- Si determinino le curve di domanda del consumatore per i beni x e y .
- Si stabilisca se il bene x è un bene ordinario o di Giffen, e se i beni x e y sono complementari o sostituti.
- Fissati $p_x = 5$ e $p_y = 2$, si rappresenti graficamente la curva di Engel relativa al bene y , e si calcoli l'elasticità della domanda del bene y al reddito per $I = 20$.

TC – Esercizio B7

Un consumatore price-taker ha funzione di utilità su due beni $U(x, y) = 2x + \ln y$

- Si calcolino le funzioni di domanda dei due beni. Si calcolino le elasticità di domanda dirette e incrociate, e tramite esse si classifichino i beni.
- Si consideri la possibilità che il consumatore sia sottoposto all'impossibilità di poter acquistare più di una certa quantità prefissata del bene $x = x^*$. Cosa cambierebbe nel suo problema di scelta?

TC - Esercizio B8

Siano $U(x, y) = x^2y^3$ la funzione di utilità, I il reddito, p_x il prezzo del bene x e p_y il prezzo del bene y .

- Si determini il paniere ottimo quando $I = 60$, $p_x = 3$, $p_y = 4$, e si disegnino il vincolo di bilancio, il paniere ottimo e alcune curve di indifferenza (che abbiano una forma ragionevole).
- Si determinino le funzioni di domanda dei beni x e y , e si dica motivando se i beni x e y sono normali o inferiori, ordinari o di Giffen, sostituti o complementi.

TC – Esercizio B9

Un consumatore price-taking ha preferenze rappresentate dalla funzione di utilità: $U(x, y) = x^6y^3$.

Il reddito del consumatore è pari a 12, e i prezzi dei beni sono $p_x = 2$ e $p_y = 4$.

- Si scrivano il saggio marginale di sostituzione tra i due beni e il vincolo di bilancio. Si determini il paniere ottimo per il consumatore.
- Come cambia il risultato nel caso in cui il reddito sia pari a 18? si discuta la differenza nei risultati ottenuti.
- Si ricavi la curva di Engel dati i prezzi di cui sopra.

TC - Esercizio B10

La funzione di utilità di un consumatore price-taking è $U(x, y) = x + y$. Il suo reddito è $I = 4$.

- Determinate tutti i panieri ottimi per $p_x = 1$ e $p_y = 1$.
- Determinate tutti i panieri ottimi per $p_x = 1$ e $p_y = 2$.
- Qual è la domanda di y quando $p_x = 1$ e $p_y = 1$? Qual è la domanda di y quando $p_x = 1$ e $p_y > 1$? Qual è la domanda di y quando $p_x = 1$ e $p_y < 1$? Si rappresenti la curva di domanda per il bene y dato $p_x = 1$

TC - Esercizio B11

Si supponga che un consumatore price-taker sia caratterizzato dalla funzione di utilità: $U(x, y) = \sqrt{x} + y$

- Si disegnino accuratamente alcune curve di indifferenza di questo consumatore e si calcoli la domanda dei beni in funzione di prezzi e reddito.
- Se il consumatore è invece in possesso di un paniere di dotazione che contenga una quantità pari a 10 del solo bene x , per quali prezzi il consumatore esprimerà una domanda positiva di bene y ?

TC - Esercizio B12

Un consumatore price-taking ha funzione di utilità relativa a due beni x e y , $U(x, y) = (x + 10)y$.

- Si calcoli il MRS e si traccino alcune curve di indifferenza a piacere, con riguardo ai panieri sugli assi. Si calcoli il paniere ottimo quando il reddito sia 50, il prezzo di x sia 10, e quello di y , 5.
- Si calcolino le curve di domanda dei beni (verificandole nel caso (a) precedente) e si indichi se i beni siano normali, sostituti o complementi.

TC - Esercizio B13

Considerate un consumatore con una funzione di utilità del tipo $U(x, y) = (3x, 5y)$, ovvero, i due beni sono perfetti complementi nel rapporto 5 unità di x ogni 3 di y .

- Determinate il paniere ottimo di consumo quando i prezzi dei due beni sono $p_x = 5$ e $p_y = 10$ e il reddito del consumatore è di 220.
- Si calcolino le curve di domanda dei due beni (tenendo fermi il reddito e il prezzo dell'altro bene)
- Si calcoli la curva di Engel per il bene x (tenendo costanti i due prezzi)

TC - Esercizio B14

Un consumatore trae utilità dai beni x e y , con funzione di utilità $U(x, y) = \ln x + y$. I prezzi dei beni sono uguali, $p_x = p_y$, e il consumatore ha un reddito I .

- Si disegnino alcune curve di indifferenza a piacere e la curva di reddito-consumo.
- Si dica come varia la curva di reddito-consumo al variare del prezzo del bene x .

TC - Esercizio B15

Un consumatore ha preferenze sui beni x e y rappresentate dalla funzione di utilità: $U(x, y) = (2x, 3y)$.

- Supponendo che il consumatore abbia un reddito: $I = 100$, e che il prezzo del bene x sia: $p_x = 1$, individuare come cambia il panierottimo al variare del prezzo del bene y , p_y .
- Scomporre l'effetto di prezzo relativo alla variazione di p_y , in effetto di sostituzione e effetto di reddito. Se p_y aumenta, come devono variare p_x e/o I affinché il panierottimo non cambi (impostare il problema graficamente, e risolvere poi algebricamente)?

TC – Esercizio B16

Un consumatore ha a disposizione un reddito pari a $I = 320$ e preferenze descritte dalla funzione di utilità $U(x, y) = xy$.

- Determinare il panierottimo in corrispondenza dei prezzi $p_x = 2$, $p_y = 5$.
- Si supponga che il prezzo diminuisca, così che ora $p'_y = 4$. Mostrare analiticamente come varia la scelta del consumatore, distinguendo tra effetto reddito ed effetto sostituzione.
- Di che tipo di beni si tratta? Quanto si dovrebbe trasferire al consumatore per compensarlo dell'aumento di prezzo?

TC - Esercizio B17

Un consumatore price-taker ha un MRS_{xy} costante e pari a 1.

- Se il suo reddito è 100 e $p_y = 2$, specificare per quali livelli di p_x il consumatore domanderà uno solo dei due beni, e che quantità ne vorrà acquistare.
- Supponendo che il consumatore acquisti solo il bene x , valutare l'effetto di sostituzione e l'effetto di reddito quando il prezzo di x aumenti. Definire inoltre la domanda dei due beni in funzione di prezzi e reddito.

TC - Esercizio B18

Consideriamo un individuo con funzione di utilità $U(x, y) = x(y + 6)$

- Determinare il panierottimo dato il reddito di 40 e i prezzi $p_x = 1$, $p_y = 4$.
- Determinare il panierottimo se $p_x = 2$, e p_y e il reddito rimangono invariati.
- Scomporre la variazione intervenuta nella domanda ottimale del bene x a seguito della variazione di p_x in effetto reddito e effetto sostituzione.

TC - Esercizio B19

Le preferenze di un consumatore sono determinate dalla funzione di utilità $U(x, y) = x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

- Si determini la scelta ottimale del consumatore quando $p_x = 2$, $p_y = 1$ e $R = 1000$.
- Si determini il nuovo panierottimo quando il prezzo del bene y aumenta a $p_y = 5$.
- Si derivino gli effetti di reddito e di sostituzione per il bene y .
- Si indichi quale relazione sussiste tra i beni x e y .

TC - Esercizio B20

Un consumatore possiede un panierottimo di due beni, x e y , in quantità rispettivamente $\underline{x} = 10$ e $\underline{y} = 0$, che può vendere e comprare in mercati price-taking; è caratterizzato dalla funzione di utilità $U(x, y) = x^2y^3$.

- Rappresentare graficamente il problema di questo consumatore e calcolare la domanda/offerta dei beni espressa dall'individuo se i prezzi sono $p_x = 1$ e $p_y = 2$.
- Come in (a), ma (i) al variare del prezzo del bene y , e (ii) immaginando di variare arbitrariamente \underline{x} .

TC - Esercizio B21

La funzione di utilità di un consumatore su panieri di due beni sia: $U(x, y) = (x + a)(y + 2)$. I prezzi dei beni siano $p_x = 3$ e $p_y = 5$, e il reddito del consumatore sia $I = 30$. Si supponga, inizialmente, che $a = 1$.

- Calcolare il saggio marginale di sostituzione e disegnare accuratamente alcune curve di indifferenza e il vincolo di bilancio. Calcolare algebricamente il paniere ottimo.
- Calcolare le funzioni di domanda dei due beni, e commentare se i beni siano sostituti o complementi, normali o inferiori. Cosa accadrebbe se $a = -1$?

TC – Esercizio B22

Un consumatore ha la funzione di utilità $U(x, y) = 5x^2y^2$ e reddito $I = 180$. I prezzi dei beni sono rispettivamente $p_x = 2$ e $p_y = 2$.

- Si calcoli il paniere ottimo e si rappresentino graficamente con accuratezza il vincolo di bilancio, qualche curva di indifferenza e il paniere ottimo.
- Si supponga che i prezzi cambino in modo che $p_x = 3$ e $p_y = 1$. Si disegni il nuovo vincolo di bilancio sul grafico precedente, e si discuta in termini di effetto reddito ed effetto sostituzione se le quantità consumate di x e y nel nuovo paniere ottimo saranno aumentate o diminuite. Calcolare la nuova scelta ottima.

TC – Esercizio B23

Un individuo alloca il suo reddito nell'acquisto del bene x e del bene y . I due beni sono perfetti complementi: ogni unità di bene x deve essere accoppiata con due unità di bene y affinché si produca utilità. Il prezzo del bene x è $p_x = 4$, il prezzo del bene y è $p_y = 2$, il reddito a disposizione dell'individuo è $I = 120$.

- Si rappresentino graficamente in modo accurato il vincolo di bilancio e alcune curve di indifferenza. Si determini il paniere ottimo.
- Si determini la curva di Engel per ciascuno dei due beni. Si indichi se ciascuno dei due beni è normale o inferiore, e si commenti brevemente.

TC – Esercizio B24

Consideriamo un individuo con funzione di utilità $U(x, y) = 2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

- Determinare il paniere ottimale dato il reddito di 1200 e i prezzi $p_x = 1$, $p_y = 4$.
- Determinare il paniere ottimale se $p_x = 4$, e p_y e il reddito rimangono invariati.
- Scomporre la variazione intervenuta nella domanda ottimale del bene x a seguito della variazione di p_x in effetto reddito e effetto sostituzione.

TC – Esercizio B25

Un consumatore spende un reddito di 10 nell'acquisto di due beni, x e y , massimizzando una funzione di utilità: $U(x, y) = x^\alpha y^\beta$.

- I prezzi dei beni siano: $p_x = 1$, $p_y = 1$. Il consumatore acquista una quantità di x^* pari a 4 e una quantità di y^* pari a 6. Disegnare accuratamente il vincolo di bilancio e dire quali valori di α e β sono coerenti con la scelta dell'individuo.
- Si supponga che p_y raddoppi: utilizzando i parametri α e β precedentemente calcolati, trovare il nuovo paniere ottimo e scomporre in effetto sostituzione e effetto reddito la variazione di p_y sul consumo di y .

TC – Esercizio B26

Si supponga che un consumatore price-taker sia caratterizzato dalla funzione di utilità $U(x, y) = \sqrt{x} + \frac{y}{2}$.

- Si determini il paniere di equilibrio nel caso che il reddito sia $I=3200$ e i prezzi dei beni siano $p_x = 2$ e $p_y = 20$. Come varierebbe il paniere di equilibrio se il prezzo del bene y aumentasse a $p_y = 80$?
- Si disegnino accuratamente alcune curve di indifferenza di questo consumatore e si calcoli la domanda generica di entrambi i beni in funzione dei prezzi e del reddito. Si derivi l'elasticità rispetto al reddito del bene y e si dica se tale bene è inferiore, di prima necessità o di lusso.

TC – Esercizio B27

Un consumatore è caratterizzato da una funzione di utilità su due beni $U(x, y) = \ln x + 4y$. Si supponga che il consumatore disponga di un reddito $I = 80$.

- (a) Si calcoli il paniere domandato dal consumatore quando $p_x = p_y = 2$.
- (b) Si calcolino le funzioni di domanda dei beni, discutendo i vincoli di non negatività delle quantità domandate.
- (c) Se $p_y = 2$, e p_x passa da 2 a 4, quale quantità di denaro potrà misurare la perdita di benessere subita dal consumatore?

TC – Esercizio B28

Un consumatore sia caratterizzato dalla funzione di utilità su due beni $U(x, y) = 3x + 4y$, e da un reddito pari a 100.

- (a) Disegnare alcune curve di indifferenza. Disegnare un vincolo di bilancio sulla base del quale il consumatore decida razionalmente di acquistare solo il bene x . Disegnare poi un diverso vincolo di bilancio sulla base del quale il consumatore decida invece di acquistare solo il bene y .
- (b) Più in generale, per quali prezzi il consumatore acquisterà solo x , e in che quantità? E per quali, solo y , e in che quantità? Per quali prezzi, invece, il consumatore razionale potrà acquistare quantità positive di entrambi i beni?

TC-Esercizio B29

Un consumatore ha funzione di utilità su due beni $U(x, y) = x + \ln y$, con reddito pari a 100.

- (a) Trovare il paniere ottimo per $p_x = p_y = 10$.
- (b) Costruire le due funzioni di domanda.
- (c) Calcolare per quali prezzi la domanda dei beni è zero, illustrando graficamente.

TC-Esercizio B30

Un consumatore ha funzione di utilità su due beni $U(x, y) = xy$, con reddito pari a 10.

- (a) Costruire la funzione di domanda di x .
- (b) Partendo da $p_x = p_y = 1$, calcolare l'effetto di sostituzione su x al crescere di p_x .
- (c) Con riferimento al punto (b), se $p_x = 2$ qual è il reddito di compensazione?

TC-B31

Un consumatore ha funzione di utilità su due beni $U(x, y) = (x + 1)(y + 1)$.

- (a) Ricavare le due funzioni di domanda generiche (al variare di p_x , p_y e I).
- (b) Se il reddito è 100, per quale gamma di prezzi la domanda di entrambi i beni è positiva?
- (c) A partire da $p_x = p_y = 1$, se p_x aumenta fino a p^* , qual è l'effetto di sostituzione su x in funzione di p^* ?